

OBSERVATORIO ASTRONÓMICO DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL DE LA PLATA

Director: Ing. PASTOR J. SIERRA

Serie especial N° 26

Laboratorio de Óptica

SOBRE EL DISEÑO DE TELESCOPIOS DE DOS ESPEJOS

Ing. S. J. CHAVASSE

Profesor de la asignatura Óptica Astronómica del
Observatorio Astronómico de la U. N. L. P.

Lic. L. C. MARTORELLI

Becario del CONICET. Centro de Investigaciones Ópticas
(CIOp). Ayudante en la cátedra de Óptica Astronómica del
Observatorio Astronómico de la U. N. L. P.



Departamento de Óptica

— 1983 —

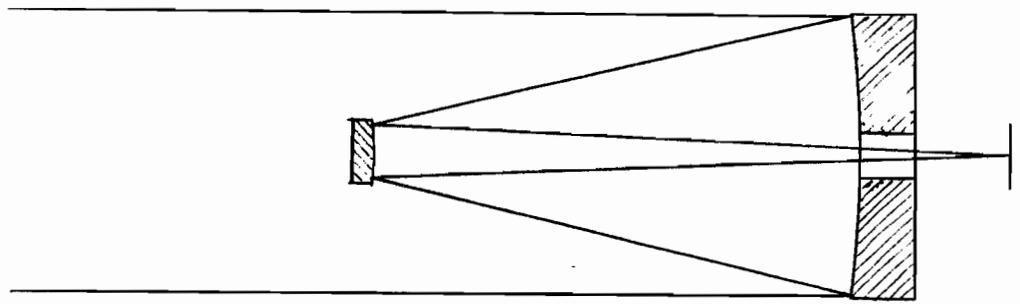
SOBRE EL DISEÑO DE TELESCOPIOS DE DOS ESPEJOS

Dentro de los sistemas ópticos para telescopios astronómicos han cobrado importancia en las últimas décadas los sistemas de tipo Cassegrain, con espejo primario cóncavo y secundario convexo, en el caso de grandes telescopios, y los catadióptricos Schmidt-Cassegrain y Maksutov-Cassegrain, con dos espejos y una lámina correctora o menisco corrector, en el caso de telescopios medianos y pequeños (fig. 1).

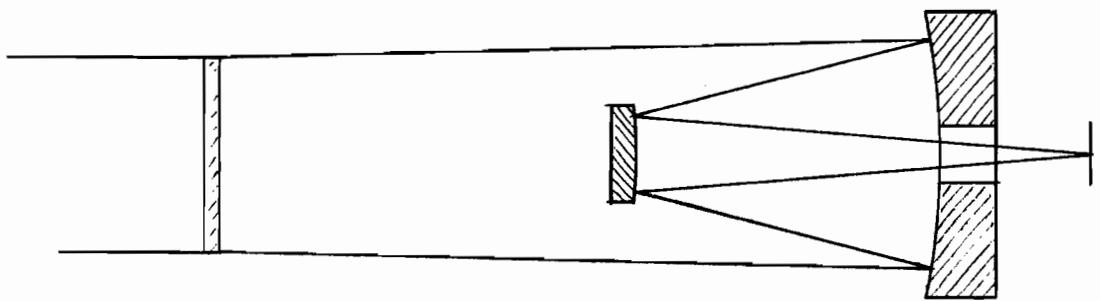
En este trabajo se presenta una descripción detallada de los sistemas de tipo Cassegrain, dentro de los cuales se tratará especialmente el sistema Cassegrain clásico y el sistema Ritchey-Chrétien, con las fórmulas necesarias para el cálculo de todos sus parámetros ópticos. Los sistemas catadióptricos serán tratados más adelante, en otro trabajo.

El trabajo comprende las siguientes partes:

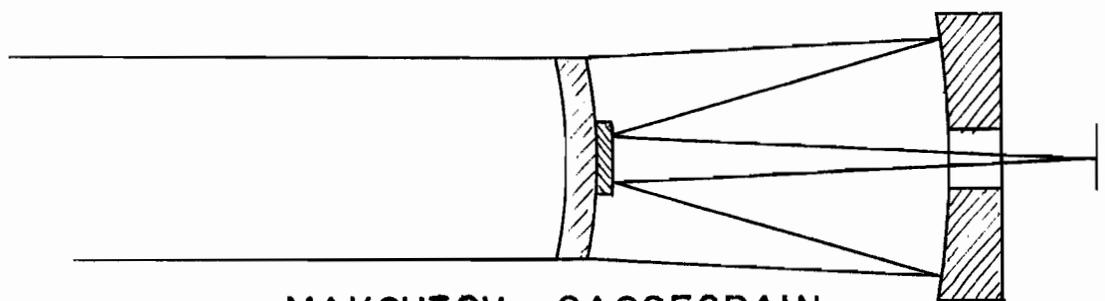
- 1 Esquema óptico. Lista de símbolos. Consideraciones generales. Elección de las características.
- 2 Fórmulas para la obtención de todos los parámetros del sistema óptico. Forma de las superficies ópticas.
- 3 Fórmulas para determinar el diámetro del agujero del espejo primario y para calcular los "baffles" o pantallas que puede llevar el sistema óptico, sin obstruir rayos útiles.
- 4 Fórmulas para el cálculo de las aberraciones en función de los parámetros ópticos.



TELESCOPIO TIPO CASSEGRAIN



SCHMIDT - CASSEGRAIN



MAKSUTOV - CASSEGRAIN

Figura 1

1.2. LISTA DE SÍMBOLOS

SEGMENTO

D_1	diámetro óptico del espejo primario	
D_2	diámetro óptico del espejo secundario	
D'_2	diámetro de espejo secundario para campo nulo	
ΔD_2	incremento dado a D'_2 para considerar el campo abarcado	
f_1	distancia focal del espejo primario	$\overline{V_1 F_1}$
f_2	distancia focal del espejo secundario	
f	distancia focal del sistema	
F_1	relación focal del espejo primario	
F	relación focal del sistema	
e	emergencia focal	$\overline{V_1 F_c}$
d	distancia entre espejos	$\overline{V_1 V_2}$
p	distancia foco primario - espejo secundario	$\overline{F_1 V_2}$
p'	distancia espejo secundario - foco Cassegrain	$\overline{V_2 F_c}$
ϕ_T	diámetro angular del campo del telescopio	
ϕ_1	diámetro lineal del campo en foco primario	
ϕ_c	diámetro lineal del campo en foco Cassegrain	
γ	factor de amplificación del espejo secundario	
b_1	coeficiente de deformación de espejo primario	
b_2	id. de espejo secundario	
β_1	id. de espejo primario Ritchey-Chrétien	
β_2	id. de espejo secundario Ritchey-Chrétien	

1.3. CONSIDERACIONES GENERALES

Dentro de la disposición de espejos imaginada por Cassegrain, caracterizada por tener un espejo primario cóncavo y uno secundario convexo, existe una infinidad de soluciones que son estigmáticas en el foco principal del sistema. Elegida la forma de uno de los espejos, siempre es posible obtener el estigmatismo sobre el eje dando al otro espejo una determinada forma de cónica de revolución, con un adecuado apartamiento de la forma esférica. Sin embargo, reservamos el nombre de Cassegrain al telescopio cuyo espejo primario es parabólico, único que tiene un foco primario estigmático, permitiendo ser utilizado tanto en el foco Cassegrain como en el foco primario, sin el agregado de otros elementos ópticos.

Razones prácticas, que tienen en cuenta por una parte la facilidad de construcción de las superficies ópticas y por otra parte la ventaja de reducir al máximo las aberraciones, han limitado las infinitas soluciones de la combinación de dos espejos tipo Cassegrain a las cuatro siguientes:

COMBINACIONES TIPO CASSEGRAIN				
NOMBRE DE LA COMBINACIÓN	PRESSMAN-CAMICHEL	DALL-KIRKHAM	CASSEGRAIN CLÁSICO	RITCHEY-CHRÉTIEN
	1	2	3	4
FORMA DEL ESPEJO PRIMARIO CÓNCAVO	CASQUETE ESFÉRICO	ELIPSOIDE DE REVOLUCIÓN SOBRE EJE MAYOR	PARABOLOIDE DE REVOLUCIÓN	HIPERBOLOIDE DE REVOLUCIÓN
FORMA DEL ESPEJO SECUNDARIO CONVEXO	ELIPSOIDE DE REVOLUCIÓN SOBRE EJE MENOR	CASQUETE ESFÉRICO	HIPERBOLOIDE DE REVOLUCIÓN	HIPERBOLOIDE DE REVOLUCIÓN
POSIBILIDAD DE APROVECHAMIENTO DEL FOCO PRIMARIO	NO	NO	SI	NO

Las dificultades de construcción de las superficies ópticas aumentan de la primera a la última combinación de la tabla. La combinación debida a Ritchey-Chrétien, la más difícil de construir, es la única aplanética, es decir, está exenta de aberración de esfericidad y de coma, lo cual permite disponer de un campo mucho más extendido, dentro de lo que permite el agujero central del espejo primario. Sin embargo, la combinación Ritchey-Chrétien conserva un moderado astigmatismo, levemente superior al del Cassegrain clásico equivalente.

La coma de las combinaciones 1 y 2 es mucho mayor que la del Cassegrain clásico, por lo cual su utilización está limitada a la zona del eje óptico (telescopios fotométricos). Esto hace que tales combinaciones casi no se utilicen en la óptica astronómica, siendo de un interés más teórico que real.

En telescopios gigantes se utilizan solamente las combinaciones 3 o 4 de la tabla. La de los Cassegrain clásicos, por la posibilidad de utilizar también el foco primario, y la de los Ritchey-Chrétien para ser utilizados en el foco Cassegrain, libre de coma.

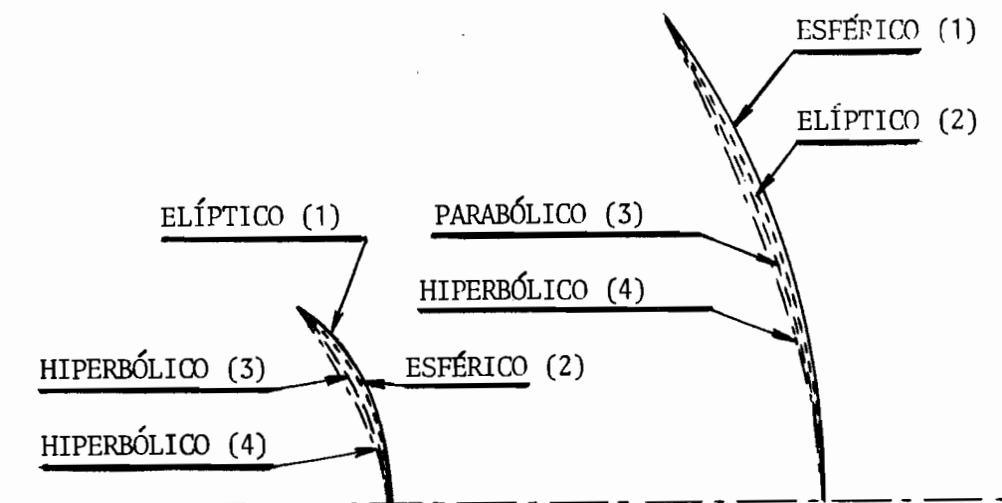


Fig. 3: Comparación de las deformaciones de los espejos en combinaciones tipo Cassegrain. Los números indican el orden en la tabla. Las formas han sido fuertemente exageradas, para distinguirlas mejor.

1.4. DISCUSIÓN SOBRE ELECCIÓN DE LAS CARACTERÍSTICAS

La escala del proyecto queda determinada por D_1 , diámetro del espejo principal, y su costo, en general, será proporcional a un factor que crecerá más rápidamente que D_1^3 . La longitud del telescopio, que determinará en gran parte el costo de la instalación por incidir sobre el diámetro de la cúpula, dependerá principalmente de la distancia focal (f_1) del espejo primario, la que sería deseable reducir todo lo posible si no fuera porque al reducirse la relación $F_1 = f_1/D_1$ aumentan las dificultades de ejecución del espejo primario.

La emergencia focal no debe hacerse mayor de lo necesario para obtener un acceso cómodo al foco Cassegrain, y en su determinación debe tenerse en cuenta la suma de espesores y distancias que no pueden reducirse fácilmente: comprende el espesor del espejo primario, distancia entre dorso de este espejo y cara interior de su celda, espesor de la celda y emergencia neta del foco, necesaria para el montaje del instrumental auxiliar (cámara fotográfica, espectrógrafo, fotómetro, etc.) o del portaocular.

Llegamos por fin a la elección del factor γ , que es la decisión más importante, pues dependerá de las siguientes características que se desean para el telescopio:

- 1) Longitud focal f del sistema óptico y su relación con el campo abarcado por el instrumento.
- 2) Abertura del haz que concurre al foco Cassegrain, a tener en cuenta para la óptima adaptación del instrumental auxiliar.
- 3) Tamaño de las imágenes estelares y tiempos de exposición fotográfica.
- 4) Porcentaje aceptado de luz obstruida por el espejo secundario (a menor γ mayor será D_2).
- 5) Valor de las aberraciones del sistema.

En caso de usar el telescopio en el foco Cassegrain, diremos para fijar ideas, que γ puede variar entre 2 y 10. Cuando se lleva la

luz a focos fijos, acodando el haz varias veces (foco "coudé"), los valores de γ deben ser mucho mayores (30 o más). Las diferencias de forma de los espejos, entre un sistema Cassegrain clásico y un Ritchey-Chrétien, se hacen menores a medida que aumenta γ . Sólo cuando los valores de γ son bajos o medianos se aprecia la ventaja del aplanetismo de los Ritchey-Chrétien en las imágenes estelares alejadas del eje óptico. Por esta razón los telescopios de bajo γ son generalmente Ritchey-Chrétien, y los de alto γ son Cassegrain clásicos.

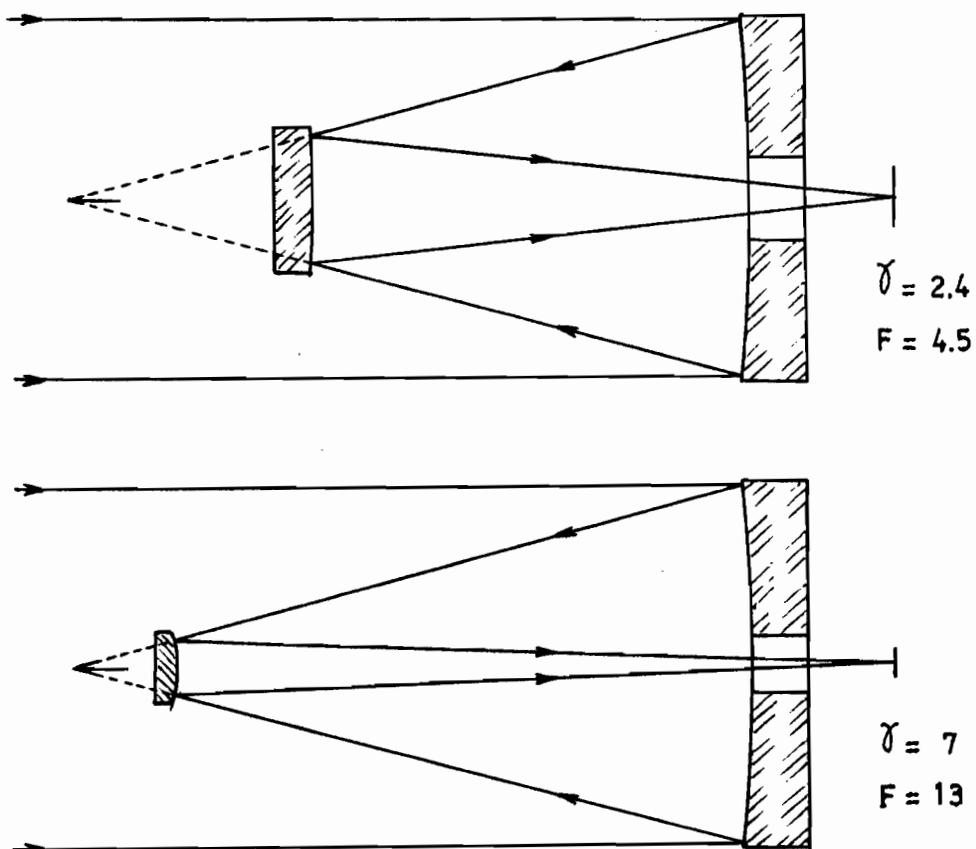


Figura 4
El mismo espejo primario con dos valores de γ

2. FÓRMULAS PARA CALCULAR TODOS LOS PARÁMETROS DEL SISTEMA ÓPTICO

Para hallar las fórmulas que permiten calcular los parámetros ópticos del sistema debemos partir de lo que llamamos los datos del proyecto. Estos datos dependerán de las características instrumentales que se deseen para el telescopio, y son los cuatro siguientes:

- 1) Diámetro D_1 del espejo primario.
- 2) Distancia focal f_1 del espejo primario, o su relación focal

$$F_1 = \frac{f_1}{D_1} .$$

- 3) Distancia focal f del sistema o su relación focal $F = \frac{f}{D_1}$
- 4) Emergencia focal e del foco Cassegrain.

2.1. DETERMINACIÓN DE γ

Para una distancia focal f del sistema (que se elegirá teniendo en cuenta lo dicho en 1.4. con respecto a la relación entre f y γ), corresponderá un determinado valor de γ . Siendo γ el factor de aumento del espejo secundario podrá tomarse como la relación entre el tamaño de la imagen de un objeto lejano dada en el plano focal Cassegrain y la imagen del mismo objeto dada por el espejo primario solo, en el plano focal que pasa por F_1 .

$$\gamma = \frac{\text{TAMAÑO DE LA IMAGEN EN } F_C}{\text{TAMAÑO DE LA IMAGEN EN } F_1} \quad (1)$$

su valor quedará determinado al fijar los valores de f_1 y f .

La distancia focal f del sistema es la distancia focal que debería tener un objetivo simple para dar de un objeto lejano, una imagen del mismo tamaño que la que se obtiene en el foco Cassegrain del sistema.

Como el tamaño de la imagen de un mismo objeto lejano es proporcional a la distancia focal del objetivo que la produce, podremos escribir

$$\frac{\text{TAMAÑO DE IMAGEN EN } F_C}{\text{TAMAÑO DE IMAGEN EN } F_1} = \frac{f}{f_1} \quad (2)$$

De la (1) y la (2) obtenemos

$$\gamma = \frac{f}{f_1} \quad (3)$$

En palabras, el factor de amplificación del espejo secundario es igual a la relación entre la distancia focal del sistema y la distancia focal del espejo primario.

2.2. CÁLCULO DE LA POSICIÓN DEL ESPEJO SECUNDARIO

Es útil referir la posición del espejo secundario al foco F_1 del espejo primario mediante la distancia p .

La imagen real en el foco F_1 no llega a formarse por la interposición del espejo secundario; pero para este espejo actúa a modo de objeto virtual a la distancia p , del cual da una imagen real en el plano del foco F_C , a la distancia p' . Adoptando la convención de signos que considera positivos los radios de curvatura y las distancias focales de los espejos cóncavos, y positivos las distancias a objetos e imágenes reales, tenemos que R_1 , f_1 y p' serán positivos, mientras que R_2 , f_2 y p serán negativos.

La posición del espejo secundario puede definirse así por el parámetro p que es su distancia al foco primario F_1 .

Vemos en la figura que

$$f_1 + e = -p + p' \quad (4)$$

Pero habiendo definido γ según la (1) y siendo p y p' distancias conjugadas del mismo espejo convexo, se podrá escribir

$$\gamma = - \frac{p'}{p} \quad (5)$$

pues las imágenes tendrán una relación de tamaño igual a la relación de las respectivas distancias conjugadas p y p' . Luego, de (4) y (5) obtenemos

$$p = - \frac{f_1 + e}{\gamma + 1} \quad (6)$$

que nos da la posición del vértice V_2 del espejo secundario (valor negativo), respecto de F_1 .

La distancia p' , que algunos designan BFL (back focal length) por ser la distancia entre el vértice de la última superficie óptica y el foco final del sistema, sale directamente de la fórmula (5), siendo su valor positivo

$$p' = - \gamma p \quad (7)$$

2.3. CÁLCULO DE LA DISTANCIA ENTRE ESPEJOS (d)

En la práctica, la posición del espejo secundario es referida al espejo primario mediante el parámetro d que es la distancia (V_1V_2) entre los vértices de ambos espejos. El vértice V_1 no existe materialmente por coincidir con el agujero del espejo primario, de modo que su posición debe estimarse a partir del borde de dicho agujero.

De la figura 2 se obtiene

$$d = f_1 + p = f_1 - |p| = p' - e \quad (8)$$

Reemplazando p por la (6) resulta d expresada por γ y los datos

de proyecto

$$d = \frac{\gamma f_1 - e}{\gamma + 1} \quad (9)$$

o bien por la (3)

$$d = \frac{f - e}{\gamma + 1} \quad (10)$$

2.4. CÁLCULO DEL RADIO DE CURVATURA R_2

El radio de curvatura R_2 del espejo secundario se calcula partiendo de la fórmula de los focos conjugados aplicada a un espejo convexo para el caso de objeto virtual e imagen real.

En F_1 tenemos un plano objeto virtual. Del punto virtual F_1 a la distancia p , el espejo convexo da una imagen real en el punto F_C , a la distancia p' . Aplicando la convención de signos vista en 2.2, hallamos

$$\frac{1}{f_2} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \quad (11)$$

y teniendo en cuenta la (7) resulta

$$f_2 = \frac{\gamma p}{\gamma - 1} \quad (12)$$

donde f_2 toma el signo negativo de p .

Por ser $R_2 = 2f_2$ se tiene

$$R_2 = \frac{2\gamma p}{\gamma - 1} \quad (13)$$

y teniendo en cuenta la (6) quedará R_2 expresado en función de γ y de

los datos de proyecto:

$$R_2 = - \frac{2(f + \gamma e)}{(\gamma - 1)(\gamma + 1)} \quad (14)$$

2.5. CÁLCULO DEL DIÁMETRO DEL ESPEJO SECUNDARIO

El diámetro D_2 del espejo secundario está dado por la suma

$$D_2 = D_2' + \Delta D_2 \quad (15)$$

donde D_2' es el diámetro del espejo secundario para campo nulo del telescopio. ΔD_2 es lo que debe agregarse a D_2' para tener en cuenta el campo abarcado por el instrumento.

D_2' se obtiene de la geometría de la figura 2:

$$D_2' = \frac{|p|}{f_1} D_1 \quad (16)$$

reemplazando p por la (6) queda

$$D_2' = \frac{f_1 + e}{(\gamma + 1) \cdot f_1} D_1 \quad (17)$$

o bien

$$D_2' = \frac{f + \gamma e}{(\gamma + 1)f} D_1 \quad (18)$$

expresado en función de los datos de proyecto y de γ .

Generalmente se desea un determinado valor del campo angular ϕ_T del telescopio, compatible con un diámetro de campo lineal ϕ_C , en el foco Cassegrain, que sea posible abarcar a través del agujero central del espejo primario, y que está dado por

$$\phi_C = f \cdot \phi_T \quad (19)$$

Por otra parte el campo ϕ_C es la imagen del campo ϕ_1 dada por el espejo secundario, de modo que

$$\frac{\phi_C}{\phi_1} = \gamma \quad (20)$$

de donde obtenemos $\phi_1 = \frac{\phi_C}{\gamma}$ (21)

Volviendo a la fórmula (15), para hallar ΔD_2 recurrimos a la figura 2, de donde se puede deducir fácilmente

$$\Delta D_2 = \frac{f_1 - |p|}{f_1} \phi_1 \quad (22)$$

tomamos aquí el valor absoluto de p ($|p|$) para evitar confusiones de signo. Reemplazando finalmente p por la (6) y teniendo en cuenta la (20), resulta

$$\Delta D_2 = \frac{\phi_C(\gamma f_1 - e)}{\gamma(\gamma + 1) f_1} \quad (23)$$

o bien

$$\Delta D_2 = \frac{\phi_C(f - e)}{(\gamma + 1) f} \quad (24)$$

Finalmente, llevando la (18) y la (24) a la (15) tendremos el diámetro del espejo secundario en función de los datos iniciales, de γ y de ϕ_C .

$$D_2 = \frac{1}{(\gamma + 1) f} \left[D_1(f + \gamma e) + \phi_C(f - e) \right] \quad (25)$$

2.6 FORMA DE LAS SUPERFICIES ÓPTICAS

La forma de las superficies ópticas de los dos espejos queda definida por su curvatura y por los coeficientes de deformación b_1 y b_2 de los espejos primario y secundario, respectivamente. Partiendo del desarrollo en serie de la ecuación de una circunferencia

$$y = \frac{x^2}{2R} + \frac{x^4}{8R^3} + \dots \quad (26)$$

podemos aproximar la ecuación de un arco de cónica tomando sólo los dos primeros términos, despreciando los de orden superior y afectando el segundo término con el factor $(1 + b)$

$$y = \frac{x^2}{2R} + (1 + b) \frac{x^4}{8R^3} \quad (27)$$

donde b es llamado coeficiente de deformación, pues, según su valor, quedará determinada la cónica correspondiente con la aproximación que dan los dos primeros términos. Así por ejemplo, para $b = 0$ tendremos los dos primeros términos del desarrollo en serie de la ecuación de una circunferencia; para $b = -1$ se anula el segundo término y nos queda la ecuación exacta de una parábola; para $-1 < b < 0$ tendremos las ecuaciones aproximadas correspondientes a arcos de elipses con eje de simetría en el eje mayor de las elipses; para $b > 0$ se tienen ecuaciones de arcos de elipses donde el eje de simetría es el eje menor de las elipses; finalmente, con $b < -1$ tendremos las ecuaciones aproximadas de arcos de hipérbola simétricos respecto del eje que pasa por los focos.

El número b mide así el apartamiento de la superficie óptica con respecto a la superficie esférica, a la que corresponde deformación nula ($b = 0$). Para una cónica cualquiera de excentricidad ϵ , resulta

$$b = -\epsilon^2 \quad (28)$$

En un telescopio Cassegrain clásico, los valores de b_1 y b_2 , coeficientes de deformación de los espejos primario y secundario, respectivamente, que anulan la aberración de esfericidad del sistema, son:

$$\text{Espejo primario cóncavo parabólico} \quad b_1 = -1 \quad (29)$$

$$\text{Espejo secundario convexo hiperbólico} \quad b_2 = -\left(\frac{\gamma + 1}{\gamma - 1}\right)^2 \quad (30)$$

Los valores negativos de b , como estos, corresponden a superficies donde el radio de curvatura va en aumento desde el centro al borde del espejo.

Si además imponemos al sistema la condición de coma nula, tenemos la combinación Ritchey-Chrétien para la cual pueden calcularse los coeficientes de deformación, que designamos con β_1 y β_2 , mediante las fórmulas

$$\beta_1 = -\left[1 + \frac{2(f - \gamma d)}{\gamma^3 d}\right] \quad (31)$$

$$\beta_2 = -\left[\left(\frac{\gamma + 1}{\gamma - 1}\right)^2 + \frac{2f}{d(\gamma - 1)^3}\right] \quad (32)$$

para los espejos primario y secundario, respectivamente, del sistema que resultará aplanético.

Volveremos sobre estos coeficientes de deformación al tratar las fórmulas que permiten calcular las aberraciones.

3. FÓRMULAS PARA CALCULAR EL DIÁMETRO DEL AGUJERO DEL ESPEJO PRIMARIO Y PARA DETERMINAR LAS MEDIDAS DE LAS PANTALLAS QUE PUEDE LLEVAR EL SISTEMA ÓPTICO SIN OBSTRUIR RAYOS ÚTILES.

3.1. LISTA COMPLEMENTARIA DE SÍMBOLOS

E_1	estrella 1 en borde de campo.
E_2	estrella 2 en borde de campo, diametralmente opuesta a E_1 .
E_1' y E_2'	imágenes en el plano focal primario de ambas estrellas.
E_1'' y E_2''	imágenes en el plano focal Cassegrain de ambas estrellas.
ϕ_T'	diámetro angular del campo del telescopio en minutos de arco de cielo, o distancia angular entre E_1 y E_2 .
D_A	diámetro del agujero del espejo primario.
$D_{A(MÁX)}$	diámetro máximo que puede tener D_A .
$D_{A(MÍN)}$	diámetro mínimo que puede tener D_A .
D_B	diámetro de pantalla en forma de tubo situada delante del espejo primario.
D_{2M}	diámetro externo máximo de la montura del espejo secundario.
D_{2m}	diámetro externo mínimo de la montura del espejo secundario.
D_{A2}	diámetro de círculo sin luz sobre espejo secundario.
l_{B1}	longitud del tubo-pantalla situado delante del espejo primario, medida a partir de V_1 .

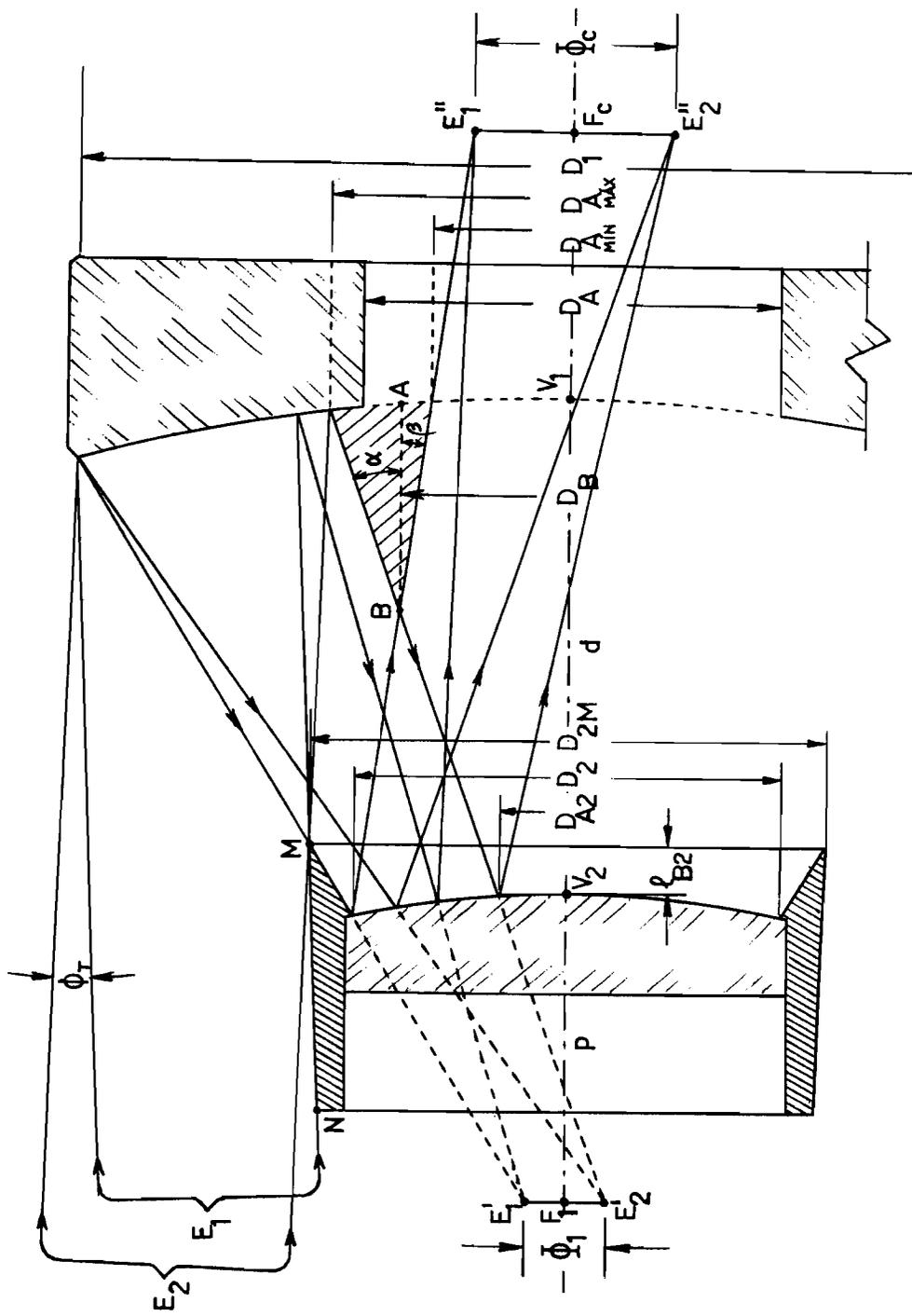


Figura 5

- l_{B2} longitud del baffle del espejo secundario a partir de V_2 .
- l_2 longitud de la montura del espejo secundario.

3.2 CÁLCULO DE D_A

3.2.1 CÁLCULO DE $D_{A(MÁX)}$

De la figura 5 se obtiene

$$\frac{D_{A(MÁX)}}{2} = \frac{D_{2M}}{2} - \frac{(d - l_{B2}) \phi'_T}{2 \times 3438} \quad (33)$$

donde l_{B2} se calcula con la fórmula $l_{B2} = f_1 \frac{D_{2M} - D_2}{D_1 - \phi_1}$ (34)

que también se deduce de la figura 5.

Tendremos entonces

$$D_{A(MÁX)} = D_{2M} - \frac{(d - l_{B2}) \phi'_T}{3438} \quad (35)$$

Pero el segundo término es muy aproximadamente ΔD_2 expresado en la fórmula (22), o sea el incremento que debe darse a D_2' para considerar el campo. Luego, puede también escribirse

$$D_{A(MÁX)} = D_{2M} - \Delta D_2 \quad (36)$$

3.2.2 CÁLCULO DE $D_{A(MÍN)}$

El valor lineal del diámetro del campo en el foco Cassegrain (ϕ_c) será

$$\phi_c = f \frac{\phi_T'}{3438} \quad (37)$$

y el diámetro mínimo del agujero se deduce de la figura 5

$$D_{A(MÍN)} = \phi_c + \frac{e}{d + e} (D_2 - \phi_c) \quad (38)$$

Sin embargo, más adelante veremos en 3.3 que este valor $D_{A(MÍN)}$, cuando se use pantalla ("baffle"), se tomará finalmente igual al diámetro de la pantalla (D_p).

3.3. CÁLCULO DE LA PANTALLA UBICADA DELANTE DEL AGUJERO DEL ESPEJO PRIMARIO

A efectos de obtener los máximos contrastes en las imágenes es conveniente eliminar toda la luz parásita que sea posible. La principal luz parásita que aparece en estos telescopios es la luz directa del cielo que llega al ocular o al instrumental auxiliar desde la zona anular que rodea a la montura del espejo secundario. Una pantalla eficaz se consigue con un tubo ennegrecido que, pasando a través del agujero del espejo primario, emerja delante de V_1 una cierta longitud que llamaremos l_{B1} (longitud de la pantalla 1) y que estaría representada por el segmento \overline{AB} , altura del triángulo rayado de la figura. Para calcular $l_{B1} = \overline{AB}$ debemos primeramente hallar el valor de $\text{tg } \alpha$ y $\text{tg } \beta$. De la figura 5 se obtiene

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{D_{A(\text{MAX})} + \varphi_1}{2f_1} \quad (39)$$

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{D_2 - D_{A(\text{MIN})}}{2d} \quad (40)$$

y l_{B1} será

$$l_{B1} = \frac{D_{A(\text{MAX})} - D_{A(\text{MIN})}}{2(\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta)} \quad (41)$$

En los telescopios chicos y medianos resulta práctico hacer que esta pantalla sea una prolongación del tubo portaocular, sin que llegue a tocar el espejo primario. Se asegura, de esta manera, su concentricidad con el sistema ocular.

Queda aún por calcular el diámetro de esta pantalla (D_B). De la misma figura 5 se obtiene

$$D_B = D_{A(\text{MIN})} + 2 l_{B1} \operatorname{tg} \beta \quad (42)$$

o sea

$$D_B = D_{A(\text{MIN})} + \frac{l_{B1}}{d} (D_2 - D_{A(\text{MIN})}) \quad (43)$$

Como esta pantalla tubular debe pasar por el agujero del espejo primario sin tocarlo, debe hacerse $D_A > D_B$, por lo cual debe cumplirse

$$D_{A(\text{MAX})} > D_A > D_B \quad (44)$$

3.4. PANTALLA ALREDEDOR DEL ESPEJO SECUNDARIO

Esta pantalla debe estar contenida dentro de las superficies cónicas que determinan los rayos que pasan por los puntos M del borde de la montura en cada una de las secciones meridianas, como se muestra en la figura 5. Su diámetro máximo debe estar en el borde M y lo designamos D_{2M} , diámetro máximo de montura del espejo secundario. La longitud de esta pantalla es la distancia indicada con l_{B2} en la figura. Los valores de D_{2M} y l_{B2} están relacionados por la fórmula (34).

$$l_{B2} = f_1 \frac{D_{2M} - D_2}{D_1 - \phi_1}$$

El valor D_{2M} se adopta a partir de D_2 , de acuerdo con las necesidades mecánicas de la montura del espejo secundario y del tamaño del baffle que se desea para este espejo. Con D_{2M} se calcula l_{B2} mediante la fórmula (34).

Si después de calcular las pantallas se encuentra que la luz parásita es aún excesiva, pueden recalcularse tomando un mayor valor para D_{2M} . Al hacerse ésto, aumentará ligeramente la obstrucción del espejo secundario, lo cual suele no ser grave.

Finalmente, la prolongación del mismo tubo del telescopio más allá del soporte, del espejo secundario, reducirá también la luz parásita, a costa de un aumento de la longitud del instrumento. Una idea concreta sobre la eficacia de este procedimiento se tendrá dibujando el sistema en escala y trazando semirrectas correspondientes a las que en la figura 5 tengan origen en puntos del campo Cassegrain y pasen por los puntos M y B. Se verá que de cada sección meridiana del sistema, como la de la figura, alcanzarán el campo focal Cassegrain todos los rayos que pasen entre los bordes M y B, y si bien llegan con

una inclinación bastante mayor que los rayos útiles, contribuirán a la luz parásita. Sólo pueden ser interceptados los externos por el tubo del telescopio, pero este tubo no puede prolongarse más de lo que permiten las condiciones prácticas de uso.

Vemos así la imposibilidad de eliminar totalmente la luz parásita en el plano focal Cassegrain, sin interceptar también rayos útiles, cuando se usan solamente dos simples baffles. Sin embargo, mediante un sistema de baffles múltiples tronco cónicos es posible llegar a interceptar totalmente la luz directa del cielo.

3.5. MEDIDAS EXTERNAS COMPLEMENTARIAS DE LA MONTURA DEL ESPEJO SECUNDARIO.

Por estar la montura del espejo secundario dentro de los haces paralelos que entran al telescopio, es necesario que sus medidas no excedan ciertos valores para no aumentar la obstrucción que produce el círculo de diámetro D_{2M} . Para ello la montura del espejo secundario debe ser de forma preferiblemente tronco-cónica. El diámetro máximo D_{2M} se fija como se indica en 3.4 y con él se calcula ℓ_{B2} .

El diámetro externo mínimo D_{2m} se calcula considerando la inclinación del rayo que contiene a la generatriz MN del tronco de cono. Este rayo forma con el eje un ángulo dado aproximadamente por

$$\frac{2D_{2M} - D_{A(MÁX)}}{2(d - \ell_{B2})} \quad (45)$$

según puede deducirse de la figura 5.

Debemos fijar ahora empíricamente la longitud ℓ_2 de la montura.

Para ello hacemos

$$\ell_2 = \ell_{B2} + 0,5 D_2 \quad (46)$$

El diámetro externo mínimo será entonces

$$D_{2m} = D_{2M} - \ell_2 \frac{2D_{2M} - D_{A(MÁX)}}{d - \ell_{B2}} \quad (47)$$

Si el espejo secundario debe entrar a su celda por el lado de D_{2m} , se verificará que sea $D_{2m} > D_2$. Si esto no se cumple, deberá reducirse ℓ_2 o aumentarse D_{2M} .

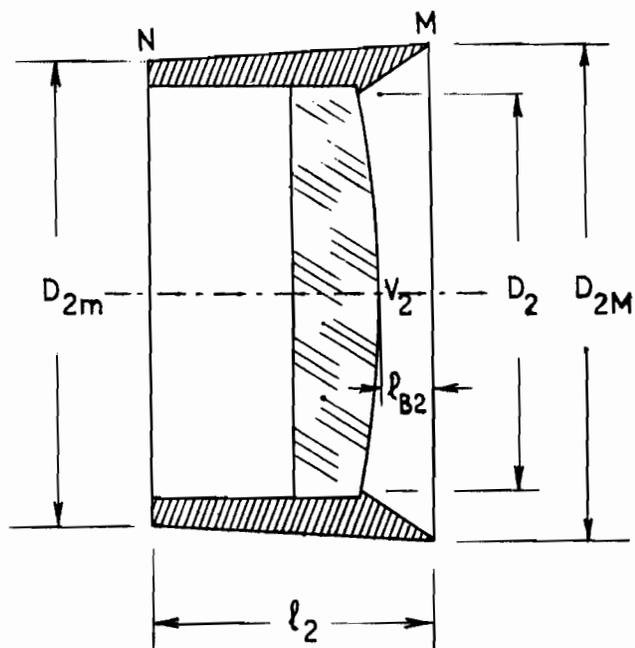


Figura 6

3.6. CÍRCULO CENTRAL SIN LUZ SOBRE EL ESPEJO SECUNDARIO

A un pequeño círculo de diámetro D_{A2} , concéntrico con el espejo secundario, no llegará la luz, debido a la propia sombra del espejo secundario sobre el primario. El diámetro de este círculo será

$$D_{A2} = D_{A(MAX)} - \frac{d}{f_1} \left(D_{A(MAX)} + \phi_1 \right) \quad (48)$$

como puede deducirse de la figura 5.

Esto indica que sería posible perforar también el espejo secundario haciendo un agujero de diámetro menor que D_{A2} . Este agujero puede llegar a ser de utilidad en el sistema de sujeción del espejo secundario y en el centrado del sistema óptico del telescopio.

4. FÓRMULAS PARA EL CÁLCULO DE LAS ABERRACIONES

4.1. INTRODUCCIÓN

Veremos algunas fórmulas generales para calcular las aberraciones de los sistemas de telescopios de dos espejos tipo Cassegrain, y las especiales correspondientes a los Cassegrain clásicos y a los Ritchey-Chrétien. Hemos tratado de hallar las formas más simples, en función de los parámetros ópticos utilizados en el proyecto de estos telescopios. Se estudiarán solamente las aberraciones transversales expresando en radianes el diámetro angular del círculo de mínima confusión para la aberración de esfericidad y el diámetro del círculo astigmático, o bien la longitud angular de la figura comática en el caso de

la coma. Con las aberraciones transversales resulta así más directa la comparación del deterioro de la imagen debido a cada una de ellas, y su relación con el tamaño del disco central de la figura de difracción. Los coeficientes utilizados en la expresión de las aberraciones valen para el caso más usual en el que la pupila de entrada coincide con el espejo primario.

4.2. LISTA COMPLEMENTARIA DE SÍMBOLOS

ϕ_S	Medida de la aberración transversal de esfericidad expresada como diámetro angular del C.M.C. (radián).
ϕ_A	Medida de la aberración transversal por astigmatismo expresada como diámetro angular del círculo astigmático (radián)..
\hat{L}_C	Longitud angular de la figura comática (radián).
ϕ_S	Diámetro lineal del C.M.C. por aberración de esfericidad.
ϕ_A	Diámetro lineal del círculo astigmático.
L_C	Longitud lineal de la coma.
Ω	Semiapertura angular del telescopio = $\frac{D_1}{2f}$
θ	Semicampo angular del telescopio = $\frac{\phi_C}{2f}$
S	Coficiente adimensional de aberración de esfericidad.
C	id. de coma.
A	id. de astigmatismo.

- K curvatura de campo.
Δ distorsión (coeficiente)
q relación lineal de obstrucción mínima (para campo nulo) =
 $\frac{D'_2}{D_1}$
g relación de las distancias focales f_2 y f_1 ($g = \frac{f_2}{f_1}$)

4.3. ABERRACIÓN DE ESFERICIDAD

La medida de la aberración transversal de esfericidad la expresaremos por el diámetro angular en radianes (ϕ_S) del círculo de mínima confusión (C.M.C.).

$$\phi_S = S \Omega^3 \quad (49)$$

donde

$$S = \frac{\gamma^3 (1 + b_1)}{16} - \frac{(\gamma - 1)^2 (d + e)}{16 f} \left[b_2 + \left(\frac{\gamma + 1}{\gamma - 1} \right)^2 \right] \quad (50)$$

es el coeficiente adimensional de aberración de esfericidad y Ω es la semiapertura angular.

$$\Omega = \frac{D_1}{2f} \quad (51)$$

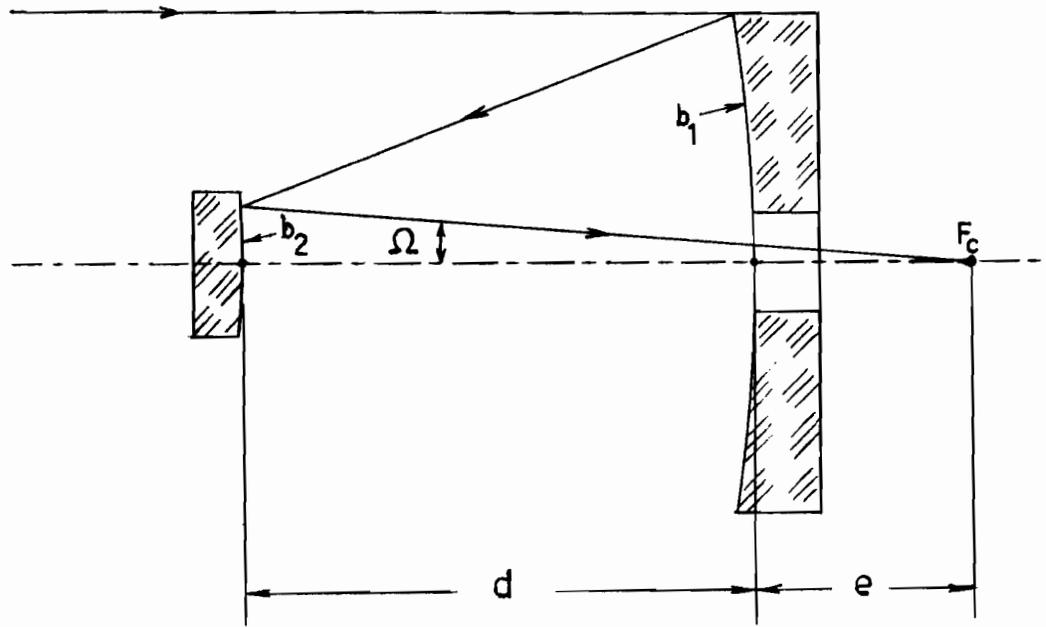


Figura 7

El valor lineal del diámetro del C.M.C. será

$$\phi_S = \phi_S \cdot f = S \Omega^3 f \quad (52)$$

Vemos así que para anular S puede hacerse

$$b_1 = -1 \quad \text{y} \quad b_2 = - \left(\frac{\gamma + 1}{\gamma - 1} \right)^2$$

en la (50) lo que corresponde a un primario parabólico y un secundario hiperbólico, como es la solución de los Cassegrain clásicos (dada en las fórmulas (29) y (30)) para anular la aberración de esfericidad. Si, en cambio, se reemplazan b_1 y b_2 por β_1 y β_2 dados en las ecuaciones (31) y (32), también se anulará S, como es fácil comprobar, correspondiendo esta otra solución a los sistemas Ritchey-Chrétien. Hay otras infinitas soluciones.

4.4. COMA

El pequeño ángulo, expresado en radianes, que subtiende la longitud de la figura comática vista desde el punto del eje óptico situado a la distancia f del plano focal, punto que correspondería al centro del objetivo equivalente al sistema de dos espejos, estará dado por

$$\hat{L}_c = C \Omega^2 \theta \quad (53)$$

donde

\hat{L}_c es la longitud angular de la figura comática.

C es el coeficiente adimensional de la coma.

Ω es la semiapertura angular $\Omega = \frac{D_1}{2f}$

θ es el semicampo angular $\theta = \frac{\phi_c}{2f}$

La fórmula que permite calcular C es

$$C = \frac{3}{4} + \frac{3(\gamma - 1)^3 d}{8 f} \left[b_2 + \left(\frac{\gamma + 1}{\gamma - 1} \right)^2 \right] \quad (54)$$

y el valor lineal de la longitud de la figura comática será

$$L_c = C \Omega^2 \theta f \quad (55)$$

De la expresión de C se deduce que para el caso de un Cassegrain clásico se anula el segundo término de la (54), quedando

	$C_{cc} = \frac{3}{4}$	(56)
CASSEGRAIN	$\hat{L}_{ccc} = \frac{3}{4} \Omega^2 \theta$	(57)
CLÁSICO	$L_{ccc} = \frac{3}{4} \Omega^2 \theta f$	(58)

Vemos en estas fórmulas que el tamaño de la figura comática de un Cassegrain clásico es igual al de un telescopio newtoniano con espejo parabólico de longitud focal f.

Si en la (54) hallamos el valor de b_2 que anula C, habremos obtenido la condición necesaria para anular la coma. Luego, con este valor de b_2 llevado a la (50), encontramos el valor de b_1 que anula S. Tendremos así la solución aplanética de Ritchey-Chrétien cuyos coeficientes de deformación se dan en las fórmulas (31) y (32).

4.5. ASTIGMATISMO

El efecto que produce el astigmatismo sobre la superficie de me-

El menor foco se mide por el diámetro angular ϕ_A del círculo de menor confusión que aquí llamamos círculo astigmático, expresado en radianes por la fórmula

$$\phi_A = A \Omega \theta^2 \quad (59)$$

donde A es el coeficiente adimensional de astigmatismo que puede calcularse por la fórmula

$$A = \frac{f - d}{d + e} - \frac{(\gamma - 1)^3 d^2}{4f(d + e)} \left[b_2 + \left(\frac{\gamma + 1}{\gamma - 1} \right)^2 \right] \quad (60)$$

y el diámetro lineal del círculo astigmático será

$$\phi_A = A \Omega \theta^2 f \quad (61)$$

Para el caso de un Cassegrain clásico, la expresión de A se reduce a

$$A_{CC} = \frac{f - d}{d + e} \quad (62)$$

por anularse el corchete de la (60).

Y para el sistema Ritchey-Chrétien será

$$A_{RC} = \frac{2f - d}{2(d + e)} \quad (63)$$

como puede comprobarse reemplazando la fórmula (32) en la (60).

El astigmatismo de los telescopios Ritchey-Chrétien es la aberración que impone la limitación del campo útil.

Si queremos comparar el astigmatismo entre un Ritchey-Chrétien y

un Cassegrain clásico equivalente bastará relacionar la (63) con la (62):

$$\frac{\phi_{ARC}}{\phi_{ACC}} = \frac{2f - d}{2(f-d)} \quad (64)$$

Puede verse que es levemente mayor en un Ritchey-Chrétien. Para hallar el astigmatismo, una vez calculado el valor de A, se lo lleva a la (59) y se obtiene ϕ_A que es el diámetro angular del círculo astigmático. Para calcular el diámetro lineal del círculo astigmático se multiplica por f, como indica la (61).

4.6. CURVATURA DE CAMPO

Es la curvatura de la superficie donde se obtiene el mejor foco. En presencia de astigmatismo puro, es la que contiene todas las imágenes astigmáticas de menor tamaño, o bien es la superficie de Petzval cuando no existe astigmatismo. Estas superficies focales tienen en general una cierta curvatura que se llama curvatura de campo. Lo ideal es que la curvatura sea nula (campo plano).

En los telescopios de dos espejos las mejores imágenes se forman sobre una superficie de curvatura K dada por

$$K = \frac{2A}{f} - \frac{1}{f_1} - \frac{1}{f_2} \quad (65)$$

donde A es el coeficiente adimensional de astigmatismo. K será la curvatura promedio entre las curvaturas de las superficies focales astigmáticas sagital y tangencial.

Para el caso de un telescopio Cassegrain clásico reemplazamos A por la (62) y poniendo f_1 y f_2 en función de f y γ , tenemos la curvatura de campo

$$K_{cc} = \frac{2(f-d)}{f(d+e)} - \frac{\gamma}{f} + \frac{(\gamma+1)(\gamma-1)}{f+\gamma e} \quad (66)$$

Si se trata de un telescopio Ritchey-Chrétien la curvatura de campo será

$$K_{RC} = \frac{2f-d}{f(d+e)} - \frac{\gamma}{f} + \frac{(\gamma+1)(\gamma-1)}{f+\gamma e} \quad (67)$$

Los valores positivos de K corresponden a superficies que se ven cóncavas desde el espejo secundario.

Los radios de curvatura de las superficies focales serán los valores inversos de K.

4.7. DISTORSIÓN

El desplazamiento lineal MM' de un punto imagen M situado sobre el plano focal a la distancia y del eje óptico, por efecto de la distorsión del sistema S, será proporcional a su coeficiente de distorsión Δ , a su distancia focal f y al cubo del ángulo θ que forma el haz paralelo incidente con el eje óptico del telescopio.

O sea

$$MM' = \Delta f \theta^3 \quad (68)$$

Quando no hay distorsión $\theta' = \theta$ y el sistema se llama ortoscópico. Si el desplazamiento MM' que produce la distorsión se relaciona con el valor y , se tiene el desplazamiento relativo o distorsión relativa, independiente de f .

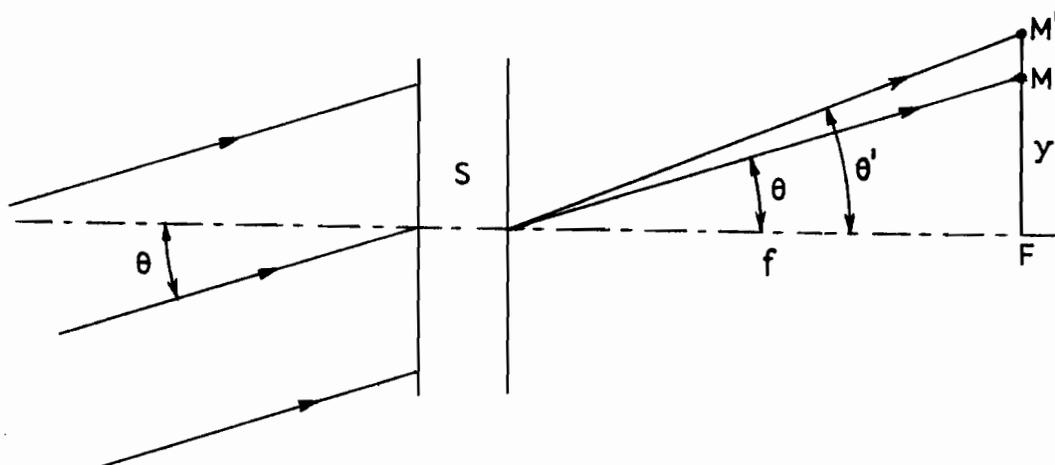


Figura 8

$$\text{DISTRORSIÓN RELATIVA} = \frac{MM'}{y} = \frac{\Delta f \theta^3}{f \theta} \quad (69)$$

$$\text{DISTRORSIÓN RELATIVA} = \Delta \theta^2 \quad (70)$$

El coeficiente de distorsión Δ puede expresarse en la óptica de tercer orden por una fórmula en términos de los parámetros de proyecto de los telescopios de dos espejos. Para hacer más simples las expresiones conviene definir las dos nuevas relaciones siguientes:

$$q = \frac{D'_2}{D_1} = \frac{|p|}{f_1} \quad (71)$$

es la relación lineal de obstrucción mínima que produce el espejo secundario en condiciones de campo nulo. La otra relación comprende las distancias focales f_2 y f_1 .

$$k = \frac{f_2}{f_1} \quad (72)$$

donde k es negativo por tomar el signo de f_2 .

Para el caso general la fórmula de Δ es

$$\Delta = \frac{1}{8} \left[- \left(\frac{1-q}{q} \right)^3 b_2 - \left(\frac{1-2k-q}{2k+q} \right) \cdot \frac{(1-2k-q)^2 q^2 + 4k^3}{k^3} \right] \quad (73)$$

y para los telescopios Ritchey-Chrétien

$$\Delta = \left(\frac{1-q}{q} \right)^2 \left[\frac{q^2(2k+q)(1-2k-q)}{8k^3} - \frac{1}{4} \right] - \left(\frac{1-2k-q}{2k+q} \right) \frac{(1-2k-q)^2 q^2 + 4k^3}{8k^3} \quad (74)$$

Los valores positivos del coeficiente de distorsión Δ corresponden a posiciones del punto M' más alejadas del eje óptico que M , teniéndose entonces distorsión en forma de almohadilla. Cuando Δ es cero, M' coincide con M y el sistema es ortoscópico. Si Δ toma valor negativo, M' estará más cerca del eje que M , y se producirá distorsión en forma de barril.

BIBLIOGRAFIA

- 1) Recent Advances in Optics - E.M. Linfoot
- 2) La Construction du Télescope D'Amateur - J. Texereau
- 3) Modern Optical Engineering - Smith
- 4) Handbook of Optics - Optical Society of America
- 5) Applied Optics - Vol. 12, N° 7
Recent Advances in Astronomical Optics.
S. Gascoigne